**中国矿业大学2019～2020学年第 一 学期**

**《 概率论与数理统计A 》试卷（B）卷**

**考试时间：100分钟 考试方式：闭 卷**

学院 数学学院 班级 姓名 学号

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题号** | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
| **得分** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **阅卷人** |  | | | | | | | | |

**可能用到的数据：**，，

添加    

**一、（每小题5分，共30分）**

1、已知，，试求.

解：，，

.

2、设随机变量的概率密度为，试求.

答：.

3、设的分布律为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | -1 | 0 | 2 |
|  |  |  |  |

其中是未知参数，试求的矩估计量.

解：，，.

1. 已知某人共有把钥匙，其中只有一把可以打开房间门，他忘记哪把可以打开房门，每次任取

一把钥匙试开，并将打不开的钥匙扔掉，试求试开次数的数学期望.

解：由题意知，.

5、设总体服从的指数分布，为来自总体的简单随机样本，问当

时，依概率收敛于多少？

答：，由辛钦大数定律，.

6、设是来自正态总体的简单随机样本，记统计量

，如果已知统计量服从分布，试求与自由度.

答：，所以

**二、（10分）** 设随机变量和相互独立，其中的概率分布列为



而的概率密度为，求随机变量的概率密度.

**解** 设为的分布函数, 则由全概率公式, 知的分布函数为







由于和相互独立, 可见





由此, 得*U*的概率密度为

.

**三、（10分）**已知二维随机变量的联合概率密度为



（1）求的边缘概率密度、；



（2）判断随机变量与是否相互独立.



解：（1）



同理



（2）因为，所以与不独立.



**四、（10分）**设某种电气元件不能承受超负荷试验的概率为0.05，现在随机地取100个这样的元件进行超负荷试验，以表示“不能承受试验而烧毁的元件数”，试根据中心极限定理，计算.

解：由题意，可得不能承受试验而烧毁的元件数，由中心极限定理，得

，其中，则

.

**五、（10分）**设电池的寿命服从指数分布，其概率密度为

其中为未知参数，今随机抽取5只，测得寿命如下：1150，1190，1310，1380，1420，



试求电池的平均寿命的最大似然估计值。



解 似然函数，，



令得 .



**六、（10分）**设总体，在原假设的显著性检验时，取接受域，要使犯第一类错误的概率不大于0.05，试求样本容量至少为多少？



解：在为真的条件下，构造统计量，则犯第一类错误的概率为，则，解得.



1. **（10分）**江苏A、B两所大学某学期期末高等数学考试采用同一套题目，A校认为该校学生高数考试成绩比B校学生成绩高10分以上。为了验证这个说法，主管部门从A校随机抽取75份试卷作为样本，测得其分数平均值为78.6分，标准差为8.2分；B校抽取了80份试卷作为随机样本，测得分数平均值为73.8分，标准差为7.4分，试在置信水平为99％的条件下求两校平均分之差的置信区间，根据此置信区间主管部门能够得到什么结论？
2. **解**：



可以拒绝A校认为成绩相差10分的观点.

**七、（10分）**某建材实验室做陶粒混凝土实验时，考察每立方米（m3）混凝土的水泥用量（kg）对混凝土抗压强度（kg／cm2）的影响，测得下列数据：

|  |  |
| --- | --- |
| （kg） | 1.5 1.8 2.4 3.0 3.5 3.9 4.4 4.8 5.0 |
| （kg／cm2） | 4.8 5.7 7.0 8.3 10.9 12.4 13.1 13.6 15.3 |

设混凝土抗压强度与水泥用量之间具有线性关系：

，，

已算得

，，，， 。

（1）求线性回归方程；

（2）对回归效果的显著性进行检验（显著性水平）.

解：1. ，，





，

线性回归方程为：.

2. ，，

检验假设：

统计量，对于给定的 ,拒绝域为，

，计算统计量的值



故拒绝，即认为线性回归显著.

方法二： 

统计量，对于给定的 ,拒绝域为，

，

故拒绝，即认为线性回归显著。

**八、（8分）**是独立同分布的正值随机变量，证明.

证明：由于，又因为是独立同分布的正值随机变量

则

故 .